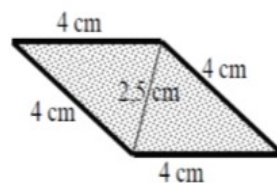


Trigonometria

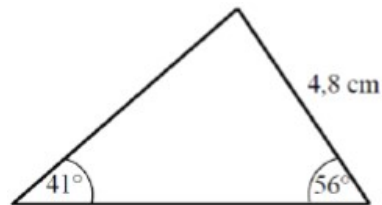
Szögfüggvények alkalmazása derékszögű háromszögekben

1. Az ABC hegyesszögű háromszögben $BC = 14$ cm, $AC = 12$ cm, a BCA szög nagysága pedig 40° . Számítsa ki a BC oldalhoz tartozó magasság hosszát!
2. A vízszintessel $6,5^\circ$ -ot bezáró egyenes út végpontja 124 méterrel magasabban van, mint a kiindulópontja. Hány méter hosszú az út?
3. Ervin és Frédi két magányos jegenyefa távolságát szeretnék meghatározni, de távolságukat közvetlenül nem tudták lemérni. A sík terepen a következő méréseket végezték el: először kerestek egy olyan tereppontot, ahonnan a két fa derékszög alatt látszott. Ebből a T pontból Ervin az egyik fát és a T pontot összekötő egyenes mentén 100 métert gyalogolt a fával ellenkező irányba. Innen a két fa 40° -os szög alatt látszott. Frédi a másik fát és a T pontot összekötő egyenes mentén szintén 100 métert gyalogolt a fával ellenkező irányba. Ebből a pontból a két fa 37° -os szög alatt látszott. A mért adatok alapján készítsen el egy térkép vázlatot, az adatok feltüntetésével! Számítsa ki, milyen messze van egymástól a két fa? (A távolságukat méterre kerekítve adja meg!)
4. Egy 19 méter sugarú körben az AC húr 40° -os szöget zár be az AB átmérővel. Az AB és az AC szakaszok a körlapot három részre osztják. Számítsa ki a BC szakasz hosszát! Válaszát méterben, egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!
5. Valamely derékszögű háromszög területe 12 cm², az α hegyesszögéről pedig tudjuk, hogy $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{2}$. Mekkora a háromszög befogói? Mekkora a háromszög szögei, és mekkora a köré írt kör sugara? (A szögeket fokokban egy tizedesjegyre, a kör sugarát centiméterben szintén egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!)
6. A következő kérdés egy 20 oldalú szabályos sokszögre vonatkozik. Milyen hosszú a legrövidebb átló, ha a szabályos sokszög beírt körének sugara 15 cm? A választ két tizedesjegyre kerekítve adja meg!
7. Dani csak Brigitta rombusz alakú süteményeiből kapott (a sütemény méretei az ábra szerintiek). Megpróbált minél több süteményt úgy elhelyezni körben egy süteményes tálon, hogy mindegyik süteménynek az egyik hegyesszögű csúcsa a tál középpontjában legyen. Sem élére nem állított, sem egymásra nem rakott süteményeket. Legfeljebb hány sütemény fér el így egy körben?



Szinusztétel, koszinusztétel és háromszög trigonometriai területképletének alkalmazása általános háromszögekben

8. Az ábrán látható háromszögben hány cm hosszú az 56° -os szöggel szemközi oldal? (Az eredményt egy tizedes jegy pontossággal adja meg!) Írja le a számítás menetét!

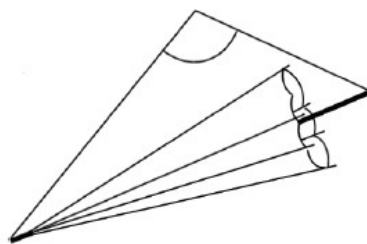


9. Egy háromszög oldalainak hossza 5 cm, 7 cm és 8 cm. Mekkora a háromszög 7 cm-es oldalával szemközi szöge?

10. Egy háromszög két oldala 20 egység, illetve 22 egység hosszú. Mekkora lehet a két oldal által közbezárt szög, ha a háromszög területe 88 terület egység? A keresett szöget fokban, egy tizedes jegyre kerekítve adja meg! Mekkora lehet a megadott feltétel mellett a háromszög harmadik oldala? A keresett oldal hosszát egy tizedes jegyre kerekítve adja meg!

11. Egy paralelogramma egyik átlója 16 cm hosszú. Ez az átló a paralelogramma egyik szögét 38° és 27° nagyságú szögekre osztja. Mekkora – egész számra kerekítve – a paralelogramma szögei, oldalai, kerülete és területe?

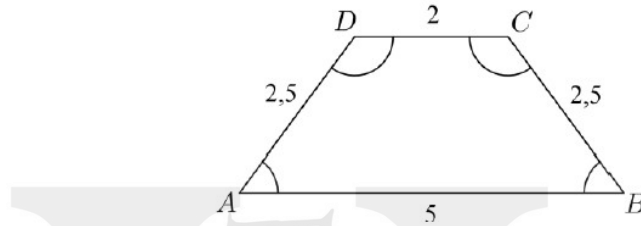
12. Az ábrán látható AB végpontú esernyőt falra akasztjuk a következő módon: a zsineg szárai 120° -os szöget zárnak be egymással, a zsineg teljes hossza 85 cm és a felfüggesztési pont az A végponttól 25 cm-re van.



- Hány cm hosszú (egész számban mérve) az esernyő?
- Ugyanezt az esernyőt egy másik alkalommal úgy függesztettük fel, hogy a kötélszárak derékszöget zárjanak be. Milyen távolságra van ekkor a derékszögű csúcs az esernyő A végpontjától?

13. Az $ABCD$ húrtrapéz oldalainak hossza: $AB = 5$ cm, $BC = 2,5$ cm, $CD = 2$ cm és $DA = 2,5$ cm.

- Számítsa ki a trapéz szögeit!
- Határozza meg az ABC és ACD háromszögek területének arányát!
- A trapéz belső szögeit egy-egy 5 mm sugarú körívvel jelöltük. Számítsa ki a négy körív hosszának összegét!



14. Földmérők a megfelelő vízszintezés után az alábbi (síkbeli) ábrával dolgoznak. A Q pontot a többi ponttól egy folyó választja el. Az A pontban dolgozó földmérő a P ponttól 720 méterre volt, és a P és Q pontokat egy egyenesben látta. A PAB szöget 53° -nak mérte. A B pontban álló földmérő A -tól 620 méterre, az ABQ szöget 108° -nak mérte. Számítsa ki ezek alapján a BP , PQ és BQ távolságokat! Válaszát méterre kerekítve adja meg!

Szögfüggvények általánosítása és trigonometrikus egyenletek

15. Döntse el az alábbi négy állításról, hogy melyik igaz, illetve hamis!

- Van olyan derékszögű háromszög, amelyben az egyik hegyesszög szinusza $\frac{1}{2}$.
- Ha egy háromszög egyik hegyesszögének szinusza $\frac{1}{2}$, akkor a háromszög derékszögű.
- A derékszögű háromszögnek van olyan szöge, amelynek nincs tangense.
- A derékszögű háromszögek bármelyik szögének értelmezzük a koszinuszát.

16. Adja meg azoknak a 0° és 360° közötti α szögeknek a nagyságát, amelyekre igaz az alábbi egyenlőség!

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

17. Adja meg azoknak a 0° és 360° közötti α szögeknek a nagyságát, amelyekre igaz az alábbi egyenlőség!

$$\cos \alpha = \frac{1}{2}$$

18. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$$\cos^2 x + 4 \cos x = 3 \sin^2 x$$

19. Oldja meg az alábbi egyenletet!

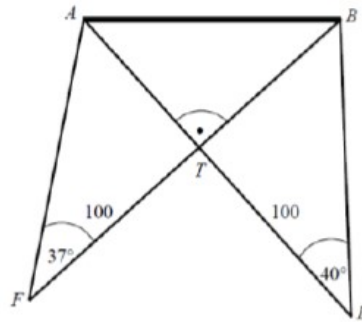
$$2 \cos^2 x = 4 - 5 \sin x$$

20. Vizsgálja meg, hogy a 0° -nál nem kisebb és 360° -nál nem nagyobb szögek közül melyekre értelmezhető a következő egyenlet! Oldja meg az egyenletet ezen szögek halmazán!

$$4 \operatorname{ctg} x = 5 - \operatorname{tg} x$$

Végeredmények

1. 7,7 cm.
2. 1095 m.
- 3.



113 méter.

4. 24,4 méter.

5. A befogók 6 és 4 cm hosszúak, a szögek $56,3^\circ$ és $33,7^\circ$, a köré írható kör sugara 3,6 cm.

6. 9,38 cm.

7. 9.

8. 6,1 cm.

9. 60° .

10. $23,6^\circ$ vagy $156,4^\circ$, és 8,8 cm vagy 41,1 cm.

11. Szögei 65° és 115° fok, oldalai 8 és 11 cm, kerülete 38 cm, területe 80 cm^2 .
12. a) 76 cm, b) 75 cm vagy 10 cm.
13. Szögei $53,13^\circ$ és $126,87^\circ$ fok; a területek aránya 5 : 2, a négy körív hosszának összege $10\pi \text{ mm} \approx 31,42 \text{ mm}$.
14. $BP = 605 \text{ m}$, $PQ = 1091 \text{ m}$ és $BQ = 1521 \text{ m}$.
15. A) igaz, B) hamis, C) igaz, D) igaz.
16. 45° fok és 135° .
17. 60° fok és 300° .
18. $x_1 = \frac{\pi}{3} + 2k_1\pi$, $x_2 = \frac{5\pi}{3} + 2k_2\pi$, ahol $k_1, k_2 \in \mathbb{Z}$.
19. $x_1 = \frac{\pi}{6} + 2k_1\pi$, $x_2 = \frac{5\pi}{6} + 2k_2\pi$, ahol $k_1, k_2 \in \mathbb{Z}$.
20. 0° , 90° , 180° , 270° és 360° kivételével a tartomány minden szögére értelmezett. A lehetséges megoldások 45° , 225° , közelítőleg $75,96^\circ$, közelítőleg $255,96^\circ$.