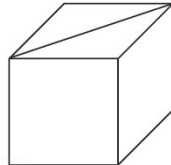


Térgeometria

Hengerszerű testek

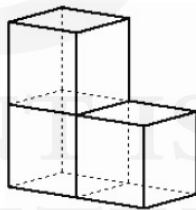
1. Az ábrán látható kockának berajzoltuk az egyik lapátlóját. Rajzoljon ebbe az ábrába egy olyan másik lapátlót, amelynek van közös végpontja a berajzolt lapátlóval! Hány fokos szöget zár be ez a két lapátló?



2. Adja meg az alábbi állítás logikai értékét (igaz vagy hamis)! A kocka testátlója 45° -os szöget zár be az alaplappal.

3. Egy négyzetes oszlop egy csúcsból kiinduló három élének hossza: a , a és b . Fejezze ki ezekkel az adatokkal az ebből a csúcsból kiinduló testátló hosszát!

4. Három tömör játékkockát az ábrának megfelelően rakunk össze. Mindegyik kocka éle 3 cm. Mekkora a keletkező test felszíne és térfogata?



5. Egy 80 cm széles és 20 méter hosszú raffia szőnyeg 1,5 cm vastagságú. Ebből 80×50 cm-es lábtörlőket készítenek, ezért a szőnyeget a hosszúsága mentén 50 centiméterenként elvágják. A felvágott darabokat lapjával egymásra rakják. Milyen magas oszlop keletkezik?

6. Egy fa építőjáték-készlet négyféle, különböző méretű téglatest-fajtából áll. A készletben a különböző méretű elemek mindegyikéből 10 db van. Az egyik téglatest, nevezzük alapelemnek, egy csúcsából induló élének hossza: 8 cm, 4 cm, 2 cm. A többi elem méreteit úgy kapjuk, hogy az alapelem valamelyik 4 párhuzamos élének a hosszát megduplázzuk, a többi él hosszát pedig változatlanul hagyjuk.

(a) Mekkora az egyes elemek felszíne?

(b) Rajzolja le az alapelem kiterített hálózatának 1:2 arányú kicsinyített képét!

(c) Elférhet-e a játékkészlet egy olyan kocka alakú dobozban, amelynek belső éle 16 cm?

7. Egy szabályos háromszög alapú egyenes hasáb alapéle 8 cm hosszú, palástjának területe (az oldallapok területösszege) hatszorosa az egyik alaplap területének. Mekkora a hasáb felszíne és térfogata?

8. Egy parkbeli szökőkút medencéjének alakja szabályos hatszög alapú egyenes hasáb. A szabályos hatszög egy oldala 2,4 m hosszú, a medence mélysége 0,4 m. A medence alját és oldalfalait csempével burkolták, majd a medencét teljesen feltöltötték vízzel. Hány m^2 területű a csempével burkolt felület, és legfeljebb hány liter víz fér el a medencében?

9. Egy téglalap oldalai 12 cm, illetve 5 cm hosszúak. Ezt a téglalapot megforgatjuk a hosszabbik oldal egyenesese körül. Mekkora a keletkezett forgástest térfogata?

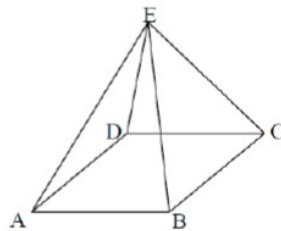
10. Egy 14 cm és 31,4 cm oldalú téglalap egy 14 cm magasságú henger síkba kiterített palástja. Hány dm^3 (egy tizedesjegyre kerekítve) a henger térfogata?

11. A kólibaktérium (hengeres) pálcika alakú, hossza átlagosan 2 mikrométer ($2 \cdot 10^{-6}$ m), átmérője 0,5 mikrométer ($5 \cdot 10^{-7}$ m). Számítsa ki egy 2 mikrométer magas és 0,5 mikrométer átmérőjű forgáshenger térfogatát és felszínét! Számításainak eredményét m^3 -ben, illetve m^2 -ben, normálalakban adja meg!

Kúpszerű testek

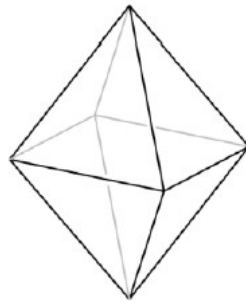
12. Számítsa ki annak a szabályos négyoldalú gúlának a térfogatát, melynek minden éle 10 cm hosszú!

13. Az ábrán látható az $ABCDE$ négyzet alapú egyenes gúla. Döntse el, hogy a $BCE\triangleleft$, $CAE\triangleleft$, $DCE\triangleleft$ szögek közül melyik az AE oldalél és az alaplap hajlásszöge?

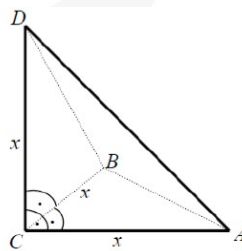


14. Egy szabályos négyoldalú (négyzet alapú) gúla alapéle 12 cm, oldallapjai 60° -os szöget zárnak be az alaplap síkjával. Számítsa ki a gúla felszínét (cm^2 -ben) és térfogatát (cm^3 -ben)! Válaszait egészre kerekítve adja meg!

15. Tekintsünk két egybevágó, szabályos négyoldalú (négyzet alapú) gúlát, melyek alapélei 2 cm hosszúak, oldalélei pedig 3 cm-esek. A két gúlát alaplapjuknál fogva összeragasztjuk (az alaplapok teljesen fedik egymást), így az ábrán látható testet kapjuk. Számítsa ki ennek a testnek a felszínét (cm^2 -ben) és a térfogatát (cm^3 -ben)! Válaszait egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!

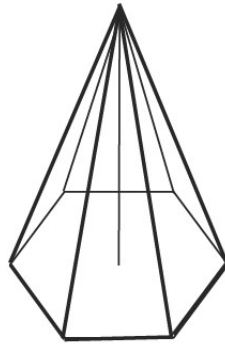


16. Az iskolatejet gúla alakú, impregnált papírból készült dobozba csomagolják. (Lásd az alábbi ábrát, ahol $CA = CB = CD$.) A dobozba 2,88 dl tej fér. Számítsa ki a gúla élleinek hosszát! Válaszát egész cm-ben adja meg! Mekkora a papírdoboz felszíne? Válaszát cm^2 -ben, egészre kerekítve adja meg!



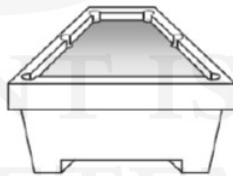
17. Egy cirkuszi sátor felállítva olyan szabályos hatszög alapú egyenes gúla, amelynek alapéle 12 méter, magassága 16 méter hosszú. A sátor felállításakor 13 rudat használnak. Hat merevítő rúd a hat oldalél teljes hosszában fut. Van még 7 függőlegesen álló tartórúd. Egy az alap középpontjában, a teljes magasságban tartja a sátrat. A talajon álló hat kisebb pedig egy-egy oldalél talajhoz közelebbi harmadoló pontjában támaszt.

- Hány négyzetméter a sátrat alkotó ponyva felülete (a gúla palástja)? (A végeredményt egészre kerekítve adja meg!)
- Összesen hány méter a 13 rúd hossza?
- Körbevezetünk egy kifeszített kötelet a hat kisebb támasztó rúd felső végpontjain át. Milyen hosszú ez a kötél?



18. Az $ABCD$ rombusz AC átlójának hossza 12 cm, BD átlójának hossza 5 cm. A rombuszt megforgatjuk az AC átló egyenesre körül. Számítsa ki az így keletkező forgástest felszínét!

19. Egy biliárdasztal játékterülete téglalap alakú, mérete $194 \text{ cm} \times 97 \text{ cm}$. A játékterület középpontja felett 85 cm-rel egy olyan (pontszerűnek tekinthető) lámpa van, amely fénykúpjának a nyílásszöge 100° . Számítással állapítsa meg, hogy a lámpa megvilágítja-e a játékterület minden pontját!



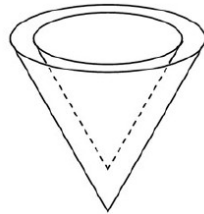
20. Egyenlő szárú háromszög alapja 40 cm, szárainak hossza 52 cm. A háromszöget megforgatjuk a szimmetriatengelye körül.

- Készítsen vázlatrajzot az adatok feltüntetésével, és számítsa ki, hogy mekkora a keletkező forgáskúp nyílásszöge?
- Számítsa ki a keletkező forgáskúp térfogatát!
- Mekkora a felszíne annak a gömbnek, amelyik érinti a kúp alapkörét és a palástját?
- Mekkora a kúp kiterített palástjának területe?

A válaszait két tizedesjegyre kerekítve adja meg!

21. Az egyik csokoládégyárban egy újfajta, kúp alakú desszertet gyártanak. A desszert csokoládéból készült váza olyan, mint egy tölcser (lásd ábra). A külső és

belső kúp hasonló, a hasonlóság aránya $6/5$. A kisebb kúp adatai: alapkörének sugara 1 cm, magassága 2,5 cm hosszú. Hány cm^3 csokoládét tartalmaz egy ilyen csokoládéváz? A választ tizedre kerekítve adja meg!



22. Egy cirkuszi sátor egy forgáshenger palástjából és egy erre illeszkedő forgáskúp palástjából áll. A henger és a kúp alapkörének a sugara egyaránt 18 méter. A sátor teljes magassága 10 méter, oldalfalának magassága 4 méter. Egy biztonsági előírás alapján az ilyen típusú sátorban a maximális nézőszámot úgy határozzák meg, hogy egy nézőre legalább 6 m^3 légtér jusson. (A teljes légtér nagyságát a sátor üres állapotában kell kiszámítani.) Mekkora a maximális nézőszám ebben a sátorban?

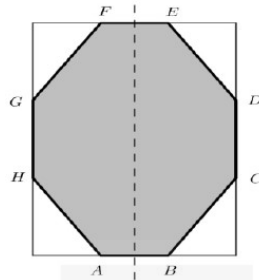
Csonka gúla és kúp

23. Egy szabályos négyoldalú (négyzet alapú) gúla alapéle 12 cm, oldallapjai 60° -os szöget zárnak be az alaplap síkjával. A gúlát két részre osztjuk egy az alaplappal párhuzamos síkkal, amely a gúla magasságát a csúcstól távolabbi harmadoló pontban metszi. Mekkora a keletkező gúla és csonka gúla térfogatának aránya? Válaszát egész számok hányadosaként adja meg! Számítsa ki a keletkező csonka gúla felszínét cm^2 -ben!

24. Egy műanyag termékeket gyártó üzemben szabályos hatoldalú csonka gúla alakú, felül nyitott virágtartó dobozokat készítenek egy kertészet számára (lásd az ábrát). A csonka gúla alaplapja 13 cm oldalú szabályos hatszög, fedőlapja 7 cm oldalú szabályos hatszög, az oldalélei 8 cm hosszúak. Egy műanyagöntő gép 1 kg alapanyagból (a virágtartó doboz falának megfelelő anyagvastagság mellett) $0,93 \text{ m}^2$ felületet képes készíteni. Számítsa ki, hány virágtartó doboz készíthető 1 kg alapanyagból!



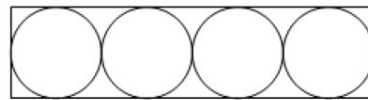
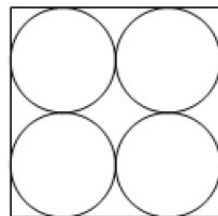
25. Egy téglalap alakú papírlap oldalai 12 és 18 cm hosszúak. A szomszédos oldalak harmadolópontjait összekötve a lap négy sarkát egy-egy egyenes szakasszal levágjuk. Így az $ABCDEFGH$ nyolcszöglapot kapjuk. A nyolcszöveget megforgatjuk az ábrán berajzolt (az eredeti téglalap hosszabb oldalával párhuzamos) szimmetriatengelye körül. Számítsa ki az így keletkező forgástest térfogatát!



26. Egy csonka kúp alakú tejfőlös doboz méretei a következők: az alaplap átmérője 6 cm, a fedőlap átmérője 11 cm és az alkotója 8,5 cm. Hány cm^3 tejföl kerül a dobozba, ha a gyárban a kisebbik körlapján álló dobozt magasságának 86%-áig töltik meg. Válaszát tíz cm^3 -re kerekítve adja meg!

Gömb

- 27.** Egy gömb alakú labda belső sugara 13 cm. Hány liter levegő van benne?
- 28.** Belefér-e egy 1600 cm^2 felszínű (gömb alakú) vasgolyó egy 20 cm élű kocka alakú dobozba?
- 29.** Mekkora a 7 cm élű kocka köré írható gömbnek a sugara? Válaszát egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!
- 30.** 4 cm átmérőjű fagolyókat négyesével kis (téglalap alakú) dobozokba csomagolunk úgy, hogy azok ne lötyögjenek a dobozokban. A két szóba jövő elrendezést felülnézetből lerajzoltuk:



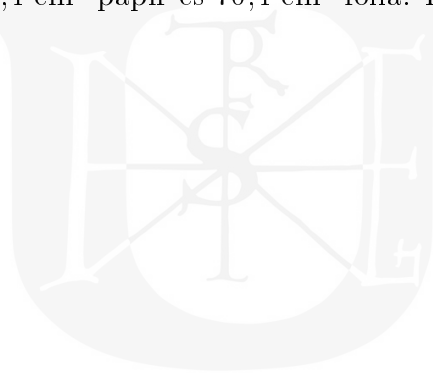
A dobozokat átlátszó műanyag fóliával fedjük le, a doboz többi része kartonpapírból készül. A ragasztáshoz, hegesztéshez hozzászámoltuk a doboz méreteiből

adódó anyagszükséglet 10%-át. Mennyi az anyagszükséglet egy-egy dobozfajtánál a két felhasznált anyagból külön-külön? A négyzet alapú dobozban a fagolyók közötti teret állagmegóvási célból tömítő anyaggal töltik ki. A doboz térfogatának hány százalékát teszi ki a tömítő anyag térfogata?

Végeredmények

1. 60.
2. Hamis.
3. $\sqrt{2a^2 + b^2}$.
4. 126 cm^2 és 81 cm^3 .
5. 60 cm.
6.
 - (a) 112 cm^2 ; 208 cm^2 ; 192 cm^2 ; 160 cm^2 ,
 - (c) nem.
7. $221,7 \text{ cm}^2$ és 192 cm^3 .
8. $20,7 \text{ m}^2$ és 5986 liter.
9. $942,5 \text{ cm}^3$.
10. 1,1.
11. $V \approx 3,9 \cdot 10^{-19} \text{ m}^3$, $A \approx 3,5 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2$.
12. Közelítőleg 236 cm^3 .
13. $CAE \triangleleft$.
14. 432 cm^2 és 499 cm^3 .
15. $22,6 \text{ cm}^2$ és $3,53 \text{ cm}^3$.
16. 12 és 17 cm. 341 cm^2 .
17. a) 687 m^2 , b) 168 m, c) 48 m.
18. Közelítőleg $102,1 \text{ cm}^2$.
19. Nem világítja be.
20. a) $45,24^\circ$, b) $20106,19 \text{ cm}^3$, c) $2234,01 \text{ cm}^2$, d) $3267,26 \text{ cm}^2$.
21. $1,9 \text{ cm}^3$.

22. 1017 fő.
23. 8:19, 368 cm^2 .
24. 16 darab.
25. Közelítőleg 1332 cm^3 .
26. 370 cm^3 .
27. Közelítőleg 9,2 liter.
28. Nem.
29. 6,1 cm.
30. A négyzet alapú doboznál $211,2 \text{ cm}^2$ papír és $70,4 \text{ cm}^2$ fólia, a téglalap alapú doboznál $246,4 \text{ cm}^2$ papír és $70,4 \text{ cm}^2$ fólia. Közelítőleg 48%.



SZENT ISTVÁN
EGYETEM

