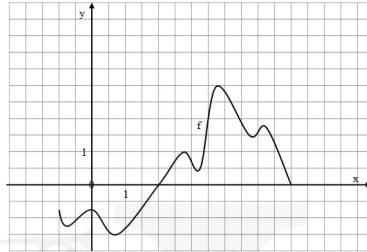


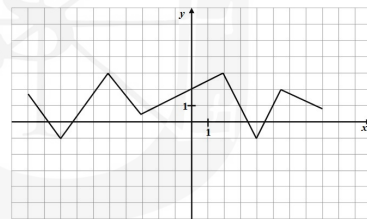
Függvények

Függvénytulajdonságok

1. Az $[-1; 6]$ -on értelmezett f függvény hozzárendelési szabályát a grafikonjával adtuk meg. Határozza meg az $f(x) > 0$ egyenlőtlenség megoldását! Adja meg f legnagyobb értékét!



2. Adja meg az alábbi, grafikonjával megadott függvény értékkészletét!



3. Az f függvényt a $[-2; 6]$ intervallumon a grafikonjával értelmeztük. Mekkora f legkisebb, illetve legnagyobb értéke? Milyen x értékekhez tartoznak ezek a szélsőértékek?



4. Szélsőérték szempontjából vizsgálja meg az alábbi függvényeket! Írja a megadott függvények betűjeleit a táblázatba a megfelelő helyekre!

csak maximuma van	csak minimuma van	minimuma és maximuma is van	nincs szélsőértéke
-------------------	-------------------	-----------------------------	--------------------

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \sin x + 2;$$

$$g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto -|x|;$$

$$h : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{3}{x};$$

$$j : [0; \infty[\rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \sqrt{x};$$

$$m : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto 2^x.$$

Lineáris függvény képe és tulajdonságai

5. Döntse el, hogy igaz vagy hamis!

A valós számok halmazán értelmezett $f(x) = 4$ hozzárendelési szabállyal megadott függvény grafikonja az x tengellyel párhuzamos egyenes.

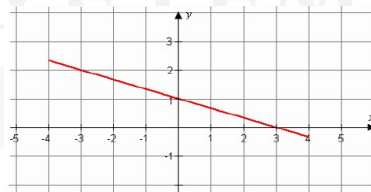
6. Ábrázolja az $f(x) = \frac{1}{2}x - 4$ függvényt a $[-2; 10]$ intervallumon!

7. Írja fel a hozzárendelési utasítását annak a lineáris függvénynek, mely -3 -hoz -1 -et és 3 -hoz 7 -et rendel! (A hozzárendelési utasítást $x \mapsto ax + b$ alakban adja meg!)

8. Adja meg az $x \mapsto 5x - 3$, $x \in \mathbb{R}$ függvény zérushelyét!

9. A valós számokon értelmezett függvény hozzárendelési utasítása: $x \mapsto -2x + 4$. Állapítsa meg, hogy hol metszi a függvény grafikonja a derékszögű koordináta-rendszer y tengelyét! Melyik számhoz rendeli a függvény a 6 függvényértéket?

10. Az ábrán egy $[-4; 4]$ intervallumon értelmezett függvény grafikonja látható. Válassza ki, hogy melyik formula adja meg helyesen a függvény hozzárendelési szabályát!



A) $x = \frac{1}{3}x + 1;$

B) $x = -\frac{1}{3}x + 1;$

C) $x = -3x + 1;$

D) $x = -\frac{1}{3}x + 3.$

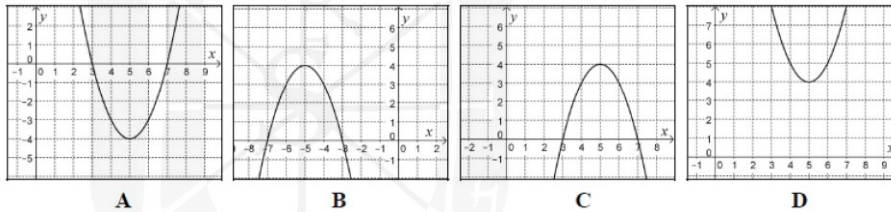
Másodfokú függvény képe és tulajdonságai

11. Válassza ki az f függvény hozzárendelési szabályát az A, B, C, D lehetőségek közül úgy, hogy az megfeleljen az alábbi értéktáblázatnak:

x	-2	0	2
$f(x)$	-4	0	4

(A) $f(x) = 2x$, (B) $f(x) = x^2$, (C) $f(x) = -2x$, (D) $f(x) = -x^2$.

12. Adott a valós számok halmazán értelmezett $x \mapsto -(x - 5)^2 + 4$ függvény. Melyik ábrán látható e függvény grafikonjának egy részlete?



13. Az f és g függvényeket a valós számok halmazán értelmezzük a következő képletek szerint: $f(x) = (x + 1)^2 - 2$, $g(x) = -x - 1$. Ábrázolja derékszögű koordináta-rendszerben az f függvényt! (Az ábrán szerepeljen a grafikonnak legalább $-3,5 \leq x \leq 1$ intervallumhoz tartozó része.) Ábrázolja ugyanabban a koordináta-rendszerben a g függvényt!

14. Adja meg a valós számok halmazán értelmezett $x \mapsto x^2 - 5x$ másodfokú függvény zérushelyeit! Számítsa ki a függvény helyettesítési értékét az 1,2 helyen!

15. Adja meg az $x \mapsto x^2 + 10x + 21$ ($x \in \mathbb{R}$) másodfokú függvény minimumhelyét és minimumának értékét! Válaszát indokolja!

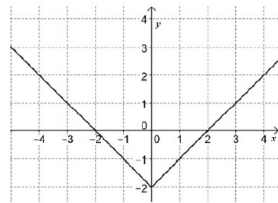
Abszolútérték-függvény képe és tulajdonságai

16. Adja meg mindazokat az x értékeket, amelyekhez a valós számok halmazán értelmezett f függvény 10-et rendel, ha $f(x) = |x| - 4$.

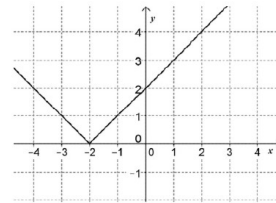
17. Adott a valós számok halmazán értelmezett $f(x) = |x - 4|$ függvény. Mely x értékek esetén lesz $f(x) = 6$?

18. Az alábbi hozzárendelési utasítással megadott, a valós számok halmazán értelmezett függvények közül kettőnek egy-egy részletét ábrázoltuk. Adja meg a grafikonokhoz tartozó hozzárendelési utasítások betűjelét!

(A) $x \mapsto |x + 2|$, (B) $x \mapsto |x - 2|$, (C) $x \mapsto |x| - 2$, (D) $x \mapsto |x| + 2$.

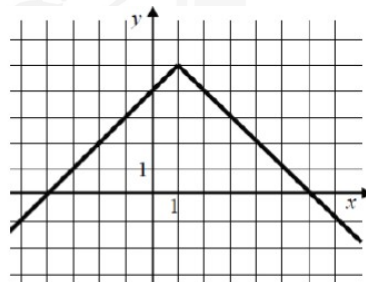


1)

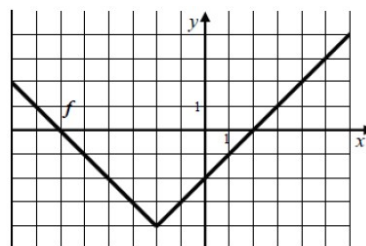


2)

19. A valós számok halmazán értelmezett $x \mapsto |x|$ függvényt transzformáltuk. Az alábbi ábra az így kapott f függvény grafikonjának egy részletét mutatja. Adja meg f hozzárendelési utasítását képlettel!



20. Az f függvényt a $[-8; 6]$ -on értelmezzük. Az alábbi ábra f grafikonját mutatja. Adja meg az f függvény zérushelyeit és az értékkészletét! Mekkora a legkisebb felvett függvényérték? Melyik helyen veszi fel a függvény ezt az értéket? Adja meg f hozzárendelésének képletét!



Gyökfüggvény képe és tulajdonságai

21. Ábrázolja az $f(x) = \sqrt{x} - 1$, $x \in [0; 9]$ függvényt! Melyik x értékhez rendel a függvény nullát?

22. Melyik számot rendeli az $x \mapsto \sqrt[3]{4x-1}$ ($x \in \mathbb{R}$) függvény a 7-hez?

23. Adott az $f : \mathbb{R}^- \cup \{0\} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = \sqrt{-x}$ függvény. Határozza meg az értelmezési tartománynak azt az elemét, amelyhez tartozó függvényérték 4.

Trigonometrikus függvények képe és tulajdonságai

24. Az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = \sin x$ függvény grafikonját eltoltuk a derékszögű koordináta rendszerben a $v = (\pi/2; -3)$ megadott vektorral. Adja meg annak a g függvénynek a hozzárendelési utasítását, amelynek a grafikonját a fenti eltolással előállítottuk!

25. Adja meg az alábbi hozzárendelési szabályokkal megadott, a valós számok halmazán értelmezett függvények értékkészletét!

$$f(x) = 2 \sin x \quad \text{és} \quad g(x) = \cos 2x.$$

26. Adja meg a valós számok halmazán értelmezett $f(x) = 1 + \sin x$ függvény értékkészletét!

27. Az alább felsorolt, a valós számok halmazán értelmezett függvényeket közös koordináta-rendszerben ábrázoljuk. A három függvény közül kettőnek a grafikonja megegyezik, a harmadik eltér tőlük. Melyik függvény grafikonja tér el a másik két függvény grafikonjától?

$$(A) x \mapsto \frac{1}{2} \sin 2x, \quad (B) x \mapsto \sin x, \quad (C) x \mapsto \cos \left(x - \frac{\pi}{2}\right).$$

28. Adja meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)!

- (1) Az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = \sin x$ függvény páratlan függvény.
- (2) Az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = \cos 2x$ függvény értékkészlete a $[-2; 2]$ zárt intervallum.
- (3) Az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = \cos x$ függvény szigorúan monoton növekszik a $[-\pi/4; \pi/4]$ intervallumon.

Exponenciális függvény képe és tulajdonságai

29. Számítsa ki az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = 3 \cdot 2^{x+1}$ függvény $x = 6$ helyen felvett értékét!

30. Milyen valós számokat jelöl az a , ha tudjuk, hogy a valós számok halmazán $x \mapsto a^x$ értelmezett függvény szigorúan monoton növekvő?

Logaritmus függvény képe és tulajdonságai

31. István az

$$x \mapsto \log_{\frac{1}{2}} x \quad (x > 0)$$

függvény grafikonját akarta felvázolni, de ez nem sikerült neki, több hibát is elkövetett (a hibás vázlat látható a mellékelt ábrán). Döntse el, hogy melyik igaz az alábbi állítások közül!



- A) István rajzában hiba az, hogy a vázolt függvény szigorúan monoton csökkenő.
- B) István rajzában hiba az, hogy a vázolt függvény 2-höz -2 -t rendel.
- C) István rajzában hiba az, hogy a vázolt függvény zérushelye 1.

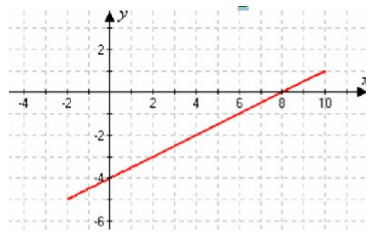
Végeredmények

1. $2 \leq x \leq 6$, f legnagyobb értéke 3.
2. $-1 \leq y \leq 3$.
3. f legkisebb értéke: -3 , ez az $x = 2$ értékhez tartozik. f legnagyobb értéke: 7, ez az $x = 6$ értékhez tartozik.
- 4.

csak maximuma van	csak minimuma van	minimuma és maximuma is van	nincs szélsőértéke
g	j	f	h, m

5. Igaz.

6.



7. $x \mapsto \frac{4}{3}x + 3.$

8. $x = \frac{3}{5}.$

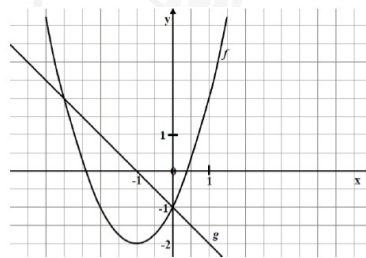
9. 4-nél. -1-hez.

10. B.

11. D.

12. C.

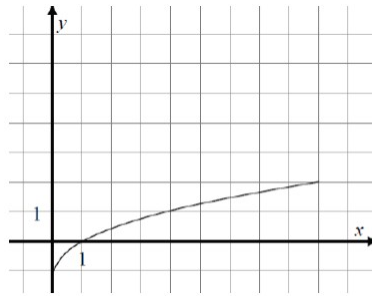
13.

14. Zérushelyek: 0 és 5. A helyettesítési érték: $-4,56.$ 15. A minimumhely: $-5.$ A minimumérték: $-4.$ 16. 14 és $-14.$ 17. -2 és $10.$

18. 1) párja (C) és 2) párja (A).

19. $x \mapsto -|x - 1| + 5.$ 20. f függvény zérushelyei: 2 és $-6.$ Értékkészlete: $[-4; 4].$ A legkisebb felvett függvényérték: $-4.$ Az $x = -2$ helyen veszi fel a függvény ezt az értéket. $f(x) = |x + 2| - 4.$

21.



1-hez.

22. 3-at.

23. $x = -16$.24. $g(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - 3$.25. f értékészlete $[-2; 2]$, g értékészlete $[-1; 1]$.26. $[0; 2]$.

27. A.

28. (1) igaz, (2) hamis, (3) hamis.

29. 384.

30. $a > 1$.

31. B.

SZENT ISTVÁN
EGYETEM